

autocorrélation spatiale

- « Dépendance entre attributs d'individus statistiques voisins dans l'espace ». (Charre 1995).
- « Corrélation d'une variable avec elle-même (autocorrélation) attribuable à l'organisation géographique des données (spatial) ». (Griffith, 1992)

autocorrélation spatiale

- Contrainte (on ne peut pas faire comme si ça n'existait pas)
- Atout (on peut s'en servir pour améliorer nos modèles)

Le I de Moran

$$\frac{\sum_i \sum_j w_{ij} (z_i - \bar{z})(z_j - \bar{z})}{m} \div \frac{\sum_i (z_i - \bar{z})^2}{n}$$

$$\frac{\sum_i \sum_j w_{ij} (z_i - \bar{z})(z_j - \bar{z})}{m} \times \frac{n}{\sum_i (z_i - \bar{z})^2}$$

$$\frac{n}{m} \times \frac{\sum_i \sum_j w_{ij} (z_i - \bar{z})(z_j - \bar{z})}{\sum_i (z_i - \bar{z})^2}$$

Matrice de voisinage

- Si deux individus sont voisins, on note 1, sinon 0.

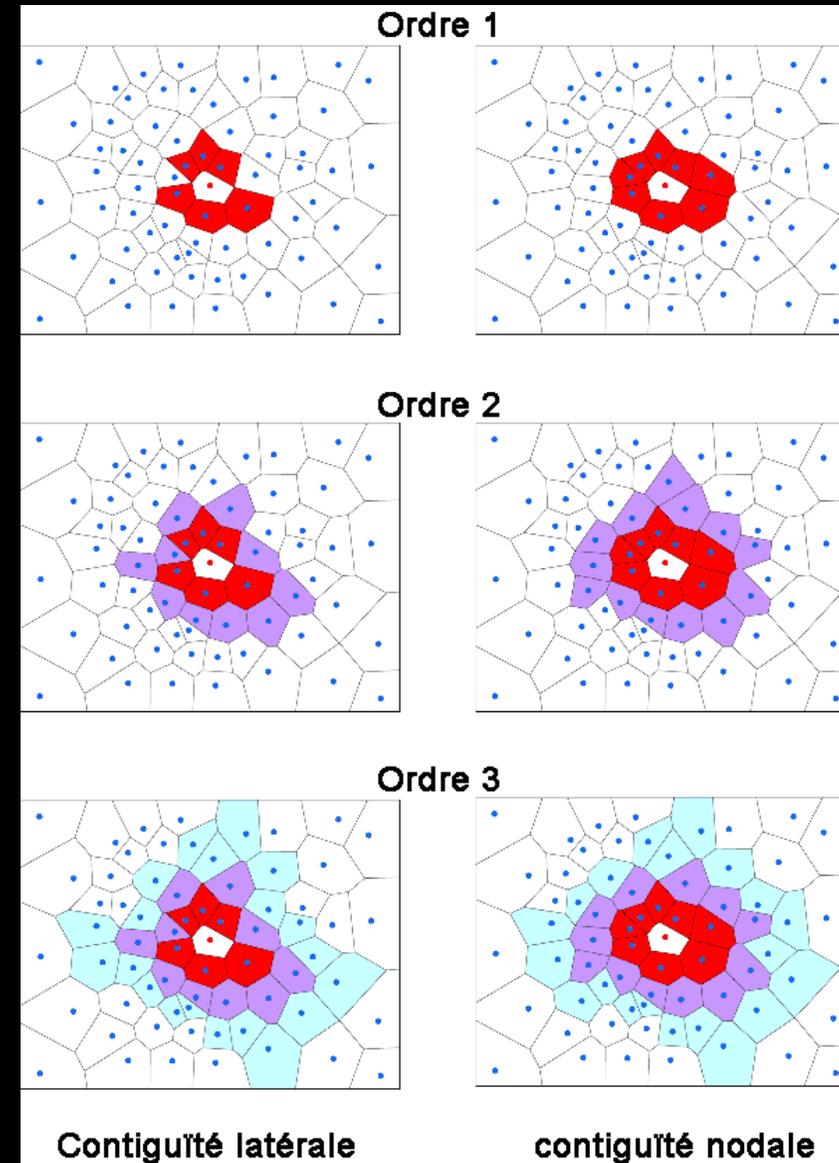
A	B	C	D
---	---	---	---



	A	B	C	D
A	-	1	0	0
B	1	-	1	0
C	0	1	-	1
D	0	0	1	-

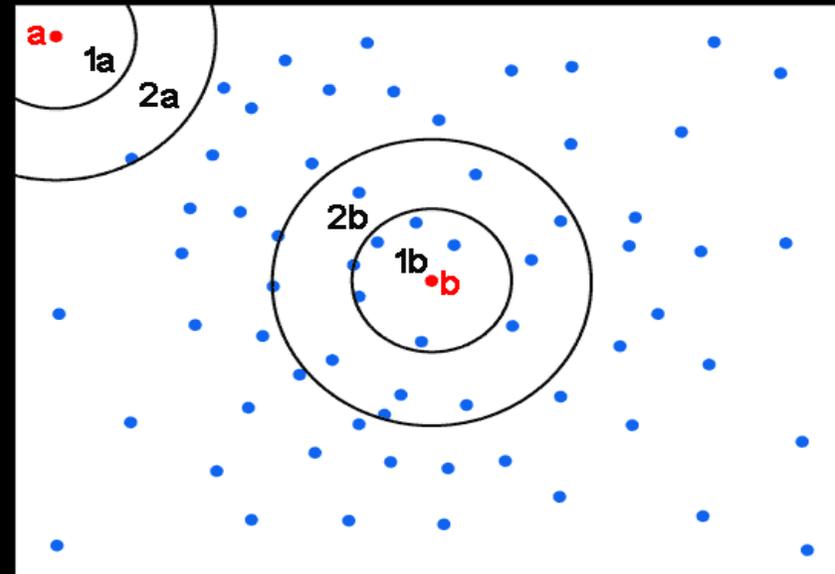
La contiguïté

- La contiguïté, c'est de considérer comme voisin ce qui touche directement l'élément de référence.
- Il existe deux modes de contiguïtés : latérale (rook – Von Neumann) ou nodale (queen - Moore).
- La contiguïté peut être directe (d'ordre 1) ou relayée (d'ordre supérieur).



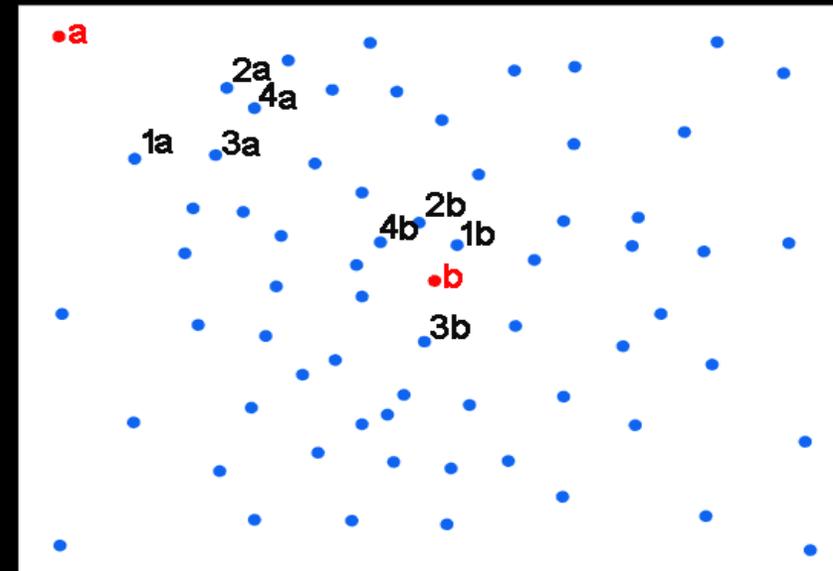
La distance

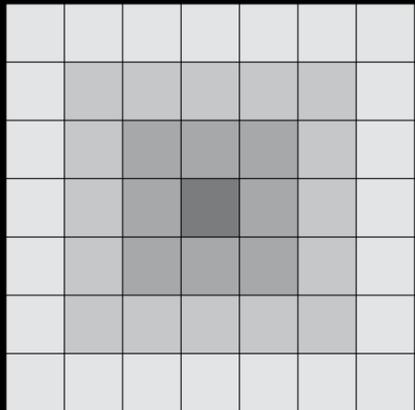
- La notion de voisinage sera définie en fonction de l'éloignement au point considéré.



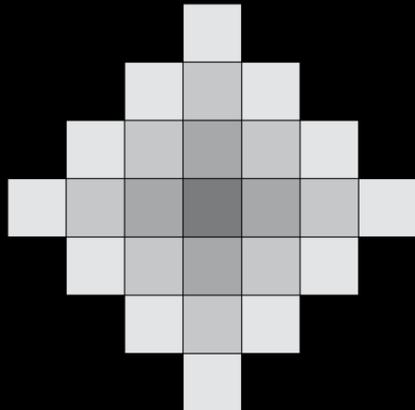
Les plus proches voisins (aka « k-cluster »)

- Les voisins ne sont plus définis en fonction de leur contiguïté, ni de leur distance, mais en fonction de leur proximité.
- La proximité est le fait d'être proche de l'élément de référence, sans considération de distance ou de contiguïté.

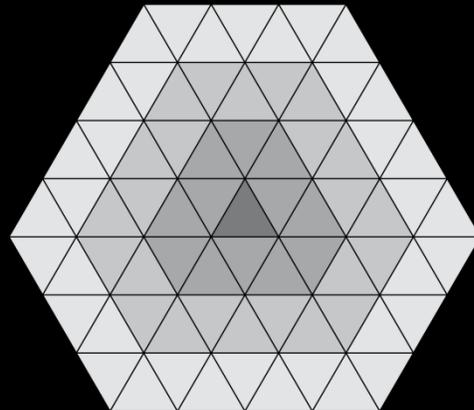




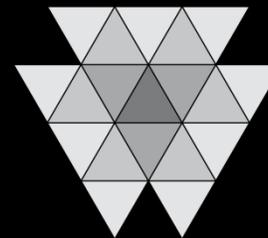
nodale



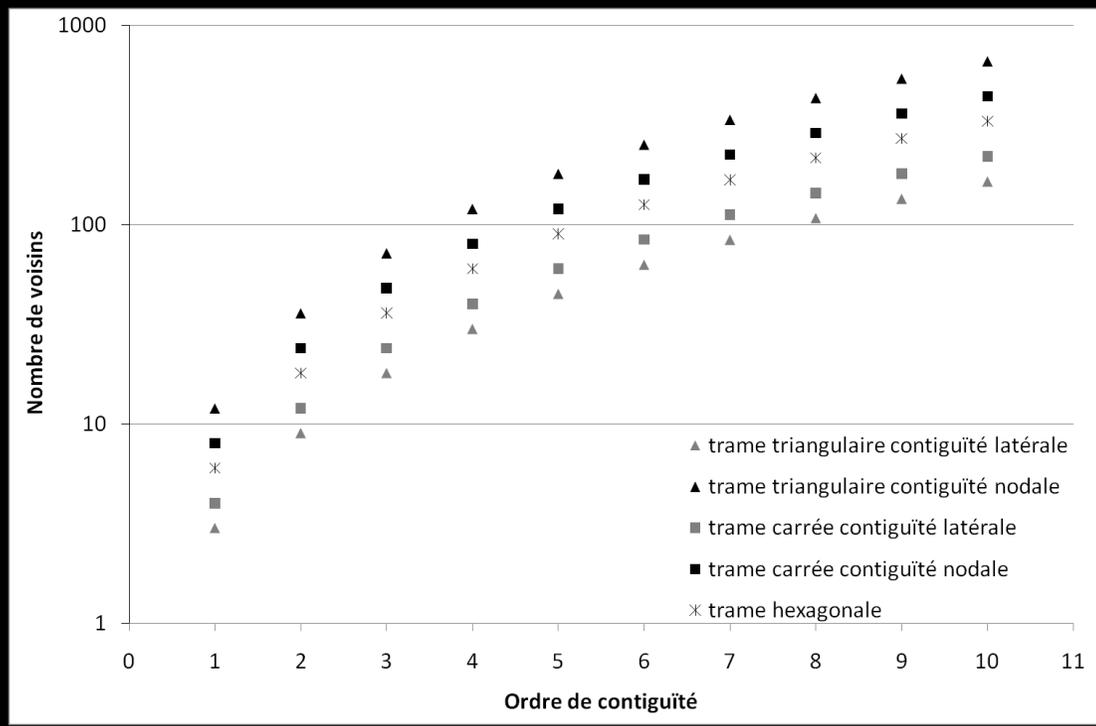
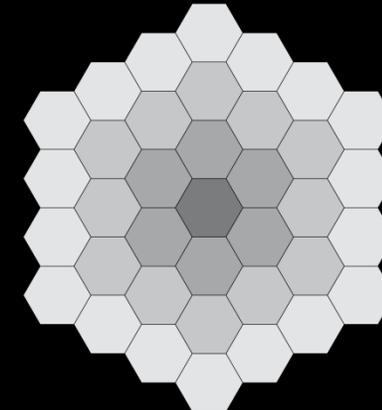
latérale



nodale

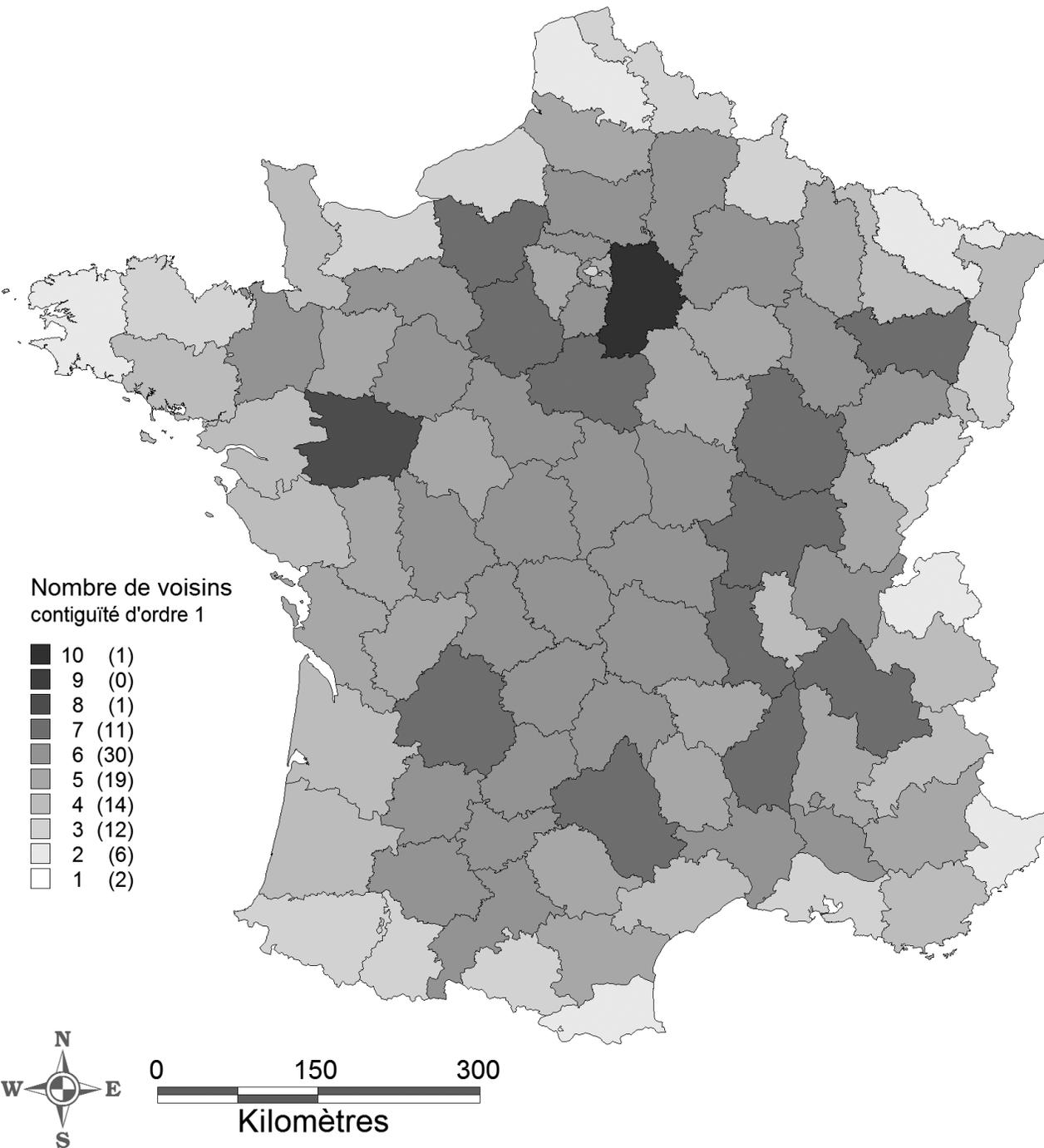


latérale



Cas pratique de contiguïté, les départements français.

(Les chiffres entre parenthèses indiquent le nombre de départements dans chaque classe)

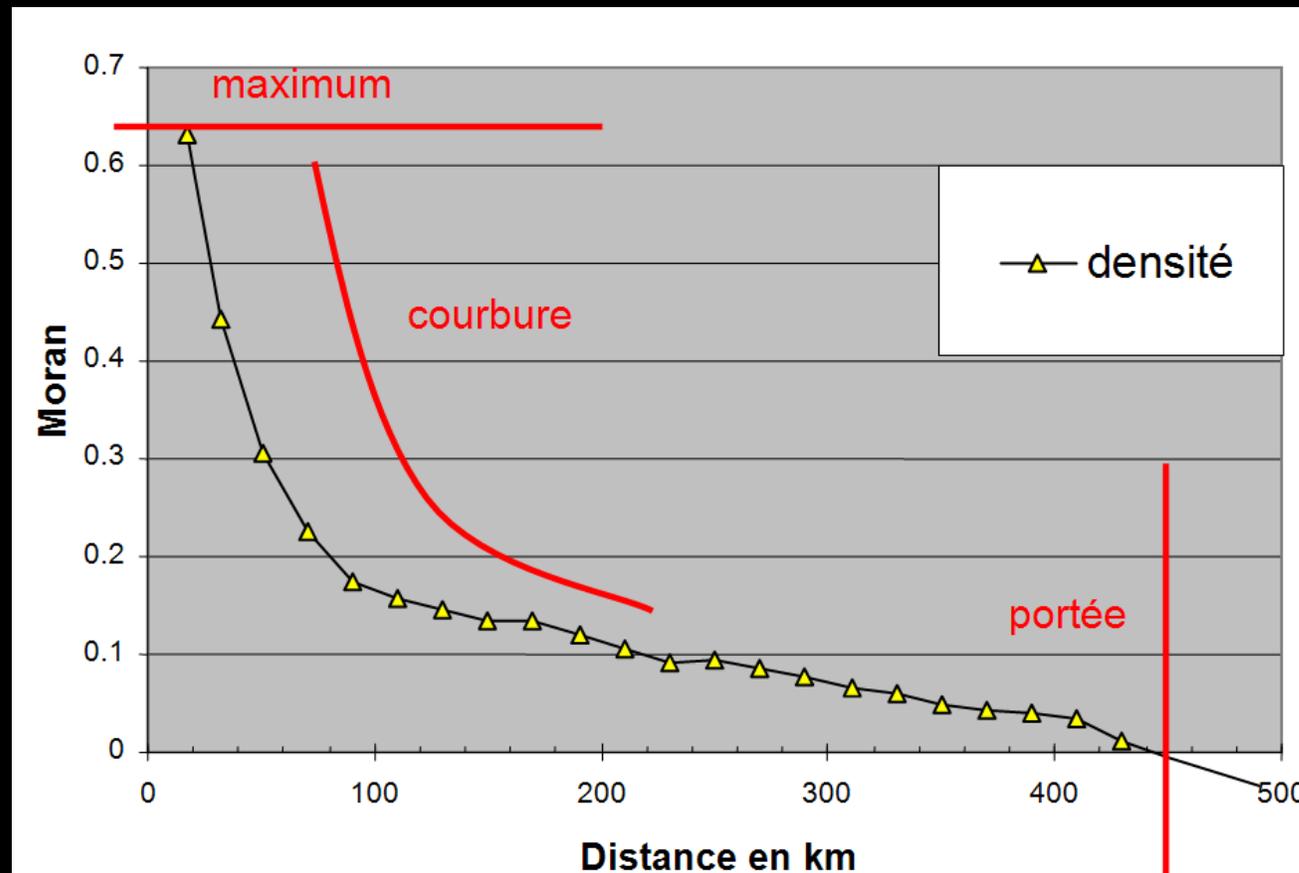


Méthode	Facteur	Nombre de voisins		Nombre moyen de voisins	Coefficient de variation du nombre de voisins
		Min.	Max		
Contiguïté latérale	Ordre 1	2	10	5,0	0,31
Contiguïté nodale	Ordre 1	2	10	5,0	0,31
Contiguïté nodale	Ordre 2	4	25	14,4	0,33
Contiguïté nodale	Ordre 3	8	45	26,8	0,33
Distance	Distance minimale	1	12	5,2	0,46
Plus proches voisins	Nombre de voisins	égal au nombre choisi			-

Type de voisinage	Facteur déterminant	Avantages	Inconvénients
Contiguïté nodale	Ordre de contiguïté	<ul style="list-style-type: none"> - Isotropie assurée par construction - Voisinage défini par la topologie 	<ul style="list-style-type: none"> - Tous les voisins sont égaux, quelque soit leur éloignement réel. - Variabilité du nombre de voisins selon les points. - Espace continu nécessaire - Invariance d'échelle
Contiguïté latérale	Ordre de contiguïté (secondairement : forme géométrique des unités)	<ul style="list-style-type: none"> - mesure intuitive du voisinage - Voisinage défini par la topologie 	<ul style="list-style-type: none"> - Tous les voisins sont égaux, quelque soit leur éloignement réel. - Variabilité du nombre de voisins selon les points. - espace continu nécessaire - Invariance d'échelle.
Distance	Portée maximum et/ou fonction de la distance choisie	<ul style="list-style-type: none"> - Isotropie assurée par construction - Voisinage défini par une notion spatiale. - Ajustement possible de la distance en fonction de la connaissance du semis de points. - prise en compte possible d'un espace discontinu 	<ul style="list-style-type: none"> - Très grande variabilité du nombre de voisins selon l'irrégularité du semis. - "aveugle" aux discontinuités.
Plus proches voisins	Nombre de voisins	<ul style="list-style-type: none"> - Tous les points ont le même nombre de voisins. - Maîtrise du nombre de voisins. 	<ul style="list-style-type: none"> - Pas de prise en compte de l'éloignement des points. - Pas de prise en compte de la contiguïté. - Isotropie non assurée. - Invariance d'échelle.

Corrélogramme

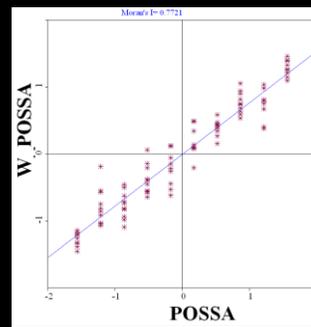
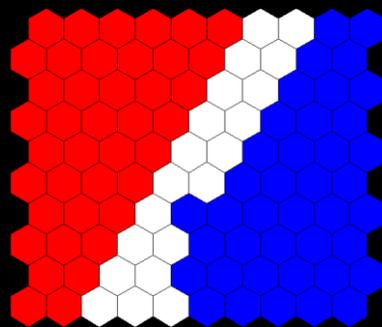
- Indice de Moran: Plus la valeur est importante, plus les unités voisines se ressemblent.



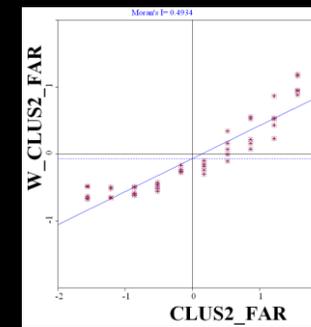
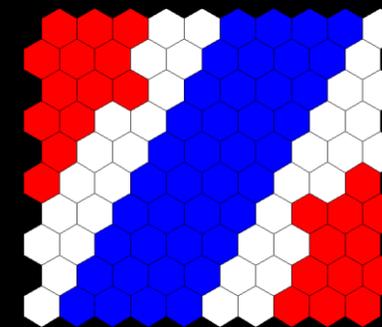
Voisinage en fonction de la distance (60km)



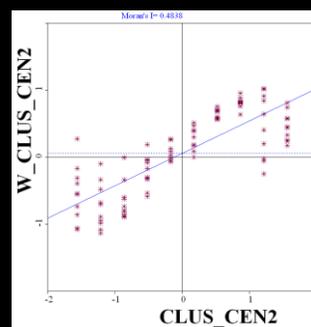
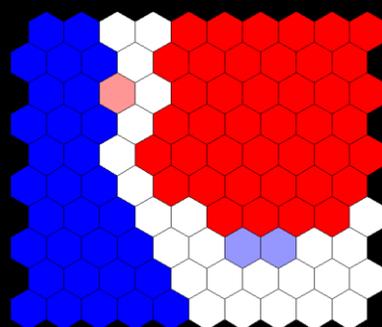
Tendance ($I=0,77$)



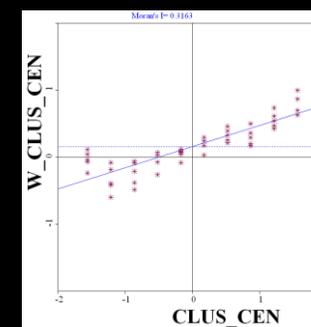
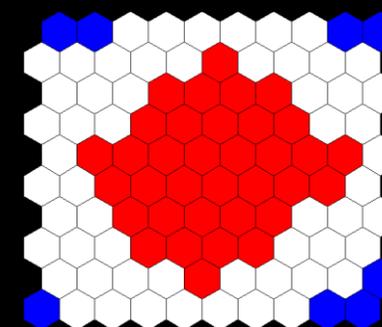
Regroupement à deux angles ($I=0,49$)



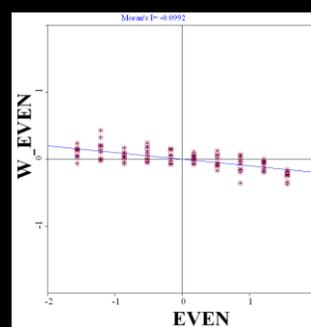
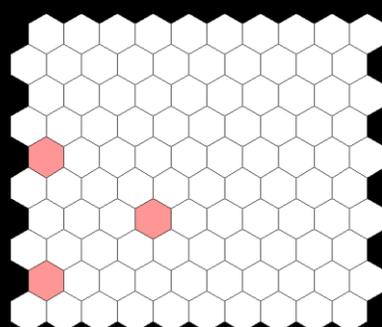
Regroupement local ($I=0,48$)



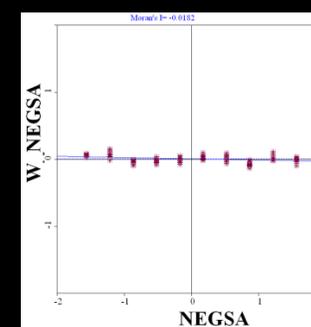
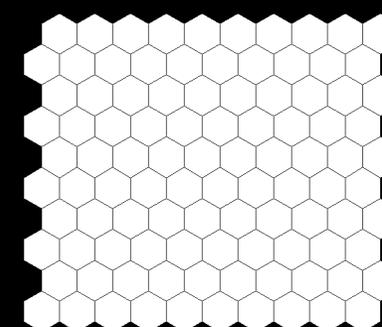
Regroupement centré ($I=0,32$)

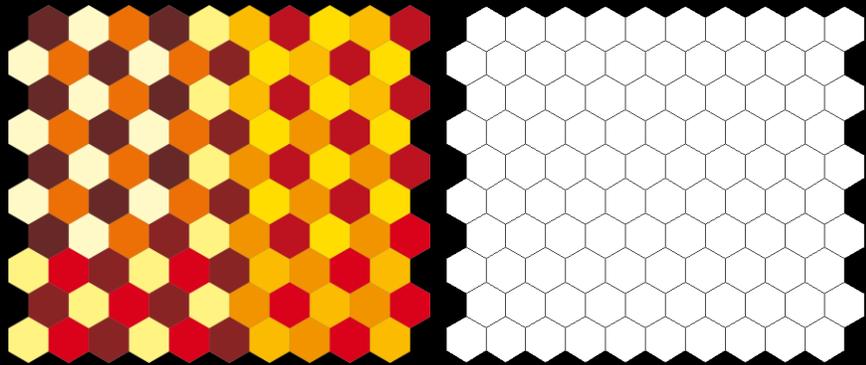


Disposition aléatoire ($I=0,10$)

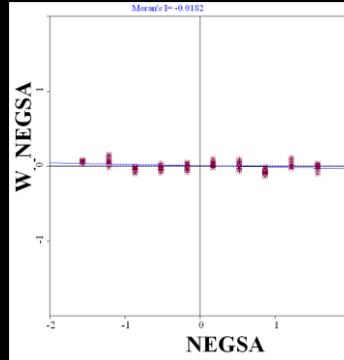


voisins opposés ($I=-0,02$)

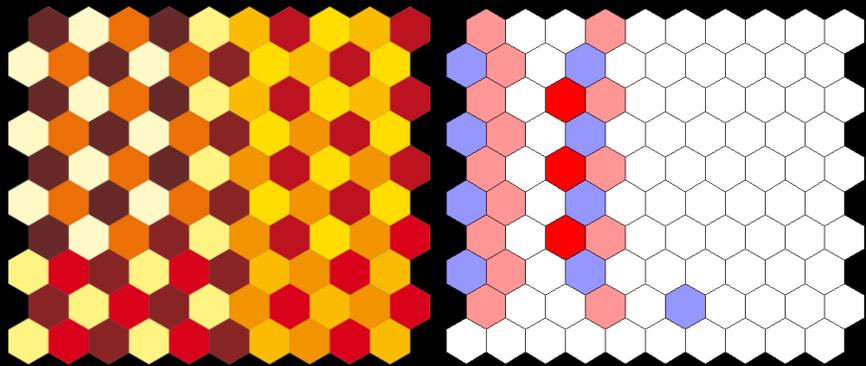




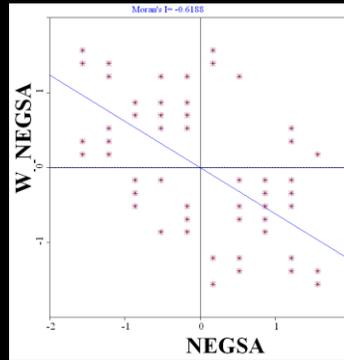
voisins opposés ($I=-0,02$)



Voisinage en fonction de la distance (60km)

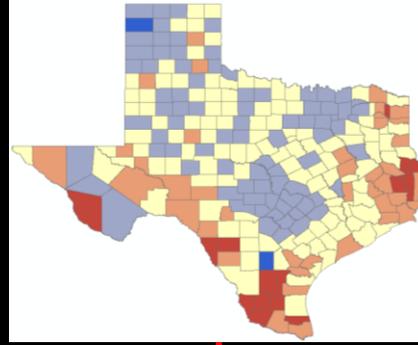


voisins opposés ($I=-0,62$)



Voisinage en fonction de la contiguïté d'ordre 1

DÉMARCHE GÉNÉRALE



Cartographie thématique

Matrice de voisinage

I de MORAN

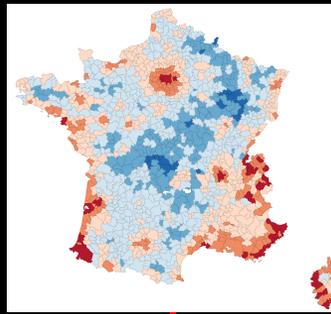
Aucune (ou faible)
autocorrélation

Autocorrélation spatiale

Régression classique

Régressions spatiales

DÉMARCHE GÉNÉRALE



Cartographie thématique

Voisinage à 50 km

I de MORAN = 0,66

Aucune (ou faible)
autocorrélation

Régression classique

Autocorrélation spatiale

Régressions spatiales

RÉGRESSIONS SPATIALES

$$y_i = \alpha + X_i\beta + \varepsilon_i$$

$$y_i = \alpha + \rho W y_i + X_i\beta + \theta W X_i + u_i$$

$$u_i = \lambda W u_i + \varepsilon_i$$

Manski Model

RÉGRESSIONS SPATIALES

Manski Model $y_i = \alpha + \rho \cancel{W} y_i + X_i \beta + \theta \cancel{W} X_i + \lambda \cancel{W} u_i + \varepsilon_i$

SAR Model $y_i = \alpha + \rho W y_i + X_i \beta + \varepsilon_i$

SEM Model $y_i = \alpha + X_i \beta + \lambda W u_i + \varepsilon_i$

SLX Model $y_i = \alpha + X_i \beta + \theta W X_i + \varepsilon_i$

SDM Model $y_i = \alpha + \rho W y_i + X_i \beta + \theta W X_i + \varepsilon_i$

SDEM Model $y_i = \alpha + X_i \beta + \theta W X_i + \lambda W u_i + \varepsilon_i$

SAC Model $y_i = \alpha + \rho W y_i + X_i \beta + \lambda W u_i + \varepsilon_i$